

## IL PROBLEMA DEI PESI

Scheda di approfondimento e spunti pratici

Testo del problema originale (francese):

V.

*Estant proposee telle quantité qu'on voudra pesant un nombre de livres despuis 1. insques à 40. inclusivement ( sans toutesfois admettre les fractions ) on demande combien de pois pour le moins il faudroit employer à cet effect.*

**Testo del problema tradotto:** Con una bilancia a due piatti si vogliono pesare tutti gli oggetti di peso intero compreso tra 1 e 40 (rispetto a qualche unità di misura). Qual è il numero minimo di pesetti necessari? Quali sono i pesi corrispondenti?

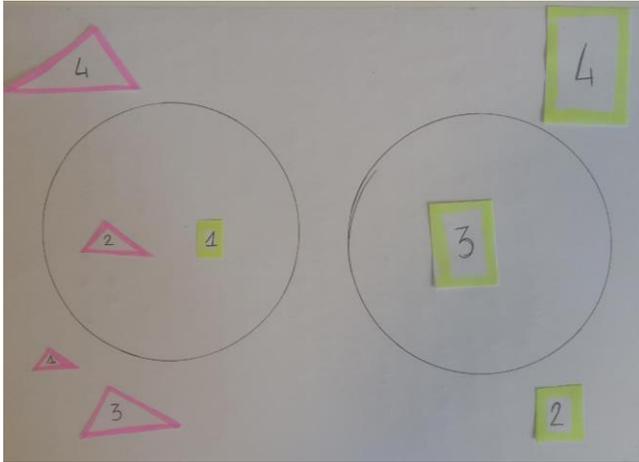
**Approfondimenti suggeriti:**

- **The 4-Weight Problem: A Pedagogical Account;** Nitsa Hadar and Rina Hadass; Mathematics in School , Nov., 1982, Vol. 11, No. 5 (Nov., 1982), pp. 32-34; published by The Mathematical Association  
URL: <https://www.jstor.org/stable/30214339>
- **Bachet's Problem: as few weights to weigh them all;** Edwin O'Shea  
URL: <https://arxiv.org/abs/1010.5486v1>

**Spunti pratici per attività da fare in classe o a casa:**

Il problema può essere ricreato:

- in classe, con una bilancia a due piatti fornita di pesetti e oggetti scelti appositamente per avere misure intere
- a casa, con una modellizzazione cartacea ottenuta ritagliando bilancia, pesi ed oggetti



- virtualmente creando un progetto con un software didattico come Desmos, Phet o Algodoos

Alcune considerazioni:

- prima di affrontare il problema di Bachet, si consiglia di analizzare casi più semplici: si può iniziare dalla proposta nel video (4 oggetti, quanti pesi?) o da casi ancora più basilari (1 oggetto, quanti pesi? 2 oggetti, quanti pesi?)
- è bene specificare che gli oggetti già pesati non possono essere usati come pesi aggiuntivi: ogni oggetto deve essere pesato solo con i pesi ufficiali della bilancia
- con i primi pesi trovati, ovvero **1** e **3**, si può pesare al massimo un oggetto di peso **1+3=4**; che peso devo aggiungere per pesare un oggetto che pesa **4+1=5**? La scelta più efficiente per minimizzare il numero di pesi utilizzati è scegliere come prossimo peso il massimo peso in grado (insieme ai precedenti) di pesare il primo oggetto che i precedenti da soli non riescono a pesare, ovvero: **(1+3+1)+(1+3)=5+4=9**. Quindi il prossimo peso che viene aggiunto vale 9.
- quanti oggetti si possono pesare con 1, 3 e 9?
  - 1=1
  - 2=3-1
  - 3=3
  - 4=3+1
  - 5=9-(3+1)
  - 6=9-3
  - 7=9-(3-1)
  - 8=9-1
  - 9=9
  - 10=9+1
  - 11=9+(3-1)
  - 12=9+3
  - 13=9+3+1
 quindi l'oggetto massimo che posso pesare con pesi 1, 3 e 9 vale **1+3+9=13**
- quale peso devo aggiungere per pesare un oggetto che pesa 14? Come prima, per minimizzare il numero dei pesi dovremo aggiungere un peso che vale **(1+3+9+1)+(1+3+9)=14+13=27**
- quale è l'oggetto massimo che può essere pesato con i pesi 1, 3, 9, 27? **1+3+9+27=40** ed è la soluzione del problema di Bachet!

In questo modo sono state gettate la basi per capire la dimostrazione generale del problema, illustrata nel seguente video. Questa può essere poi analizzata in classe ritrovando nei passaggi della soluzione generale i passaggi specifici analizzati in precedenza (cosa sono  $p(1)$  e  $p(2)$ ? cosa è  $p(n)$ ? cosa è  $p(n+1)$ ?).